Dr hab. Artur Maciąg, prof. PŚk
Wydział Zarządzania i Modelowania Komputerowego
Politechnika Świętokrzyska

Kielce 02.11.2016

RECENZJA

rozprawy doktorskiej mgra inż. Jakuba Krzysztofa Grabskiego pt. „Application of selected meshless methods for analysis of flows in wavy conduits"

(recenzja wykonana na zlecenie Rady Wydziału Budowy Maszyn i Zarządzania
Politechniki Poznańskiej
na podstawie uchwały z dnia 23.09.2016)

1. Zakres tematyczny rozprawy oraz ocena celowości podjęcia tematu

Zagadnienia mechaniki płynów, ze szczególnym uwzględnieniem przepływu płynów przez przewody o bardziej skomplikowanym kształcie, są bardzo ważne z praktycznego punktu widzenia. Należy tu wymienić przepływy przez ośrodki porowate, kanały otwarte oraz kanały z poruszającymi się elementami. Liniowe modele przepływu płynów newtonowskich są niewystarczające do opisu praktycznych zagadnień inżynierskich oraz biomedycznych. Opracowywanie nowych metod oraz aplikowanie metod istniejących do rozwiązywania rozmaitych zagadnień mechaniki płynów, w tym nienewtonowskich, jest konieczne do lepszego modelowania zjawisk praktycznych. Dlatego w pełni uzasadnione jest podjęcie tematu dotyczącego zastosowania metod bezsiatkowych do analizy przepływów w przewodach pofalowanych. Tematowi temu poświęcona jest rozprawa doktorska Pana mgra inż. Jakuba Krzysztofa Grabskiego. Przedstawiono w niej zastosowanie do rozwiązywania zagadnień mechaniki płynów trzech metod należących do grupy metod bezsiatkowych. Są to: metoda funkcji Trefftza, metoda rozwiązań podstawowych (jako pewna odmiana metody Trefftza) oraz metoda Kansy, czyli metoda radialnych (promieniowych) funkcji bazowych. W odniesieniu do wszystkich tych metod Autor stosuje kolokacyjne podejście wyznaczania nieznanych współczynników rozwiązania przybliżonego.

W pracy przedstawiono rozwiązania wielu problemów z zakresu mechaniki płynów. Są to: przepływ przez rurę wewnętrznie pofalowaną, przepływ podłużny i poprzeczny pomiędzy pofalowanymi płytami oraz przepływ perystaltyczny. W odniesieniu do wszystkich występujących w pracy zagadnień nieliniowych stosowana jest metoda iteracji Picarda, pozwalająca rozwiązywać w sposób przybliżony problemy nieliniowe poprzez sekwencyjne rozwiązywanie problemów liniowych.

2. Ocena formalna rozprawy

Przedstawiona do recenzji rozprawa liczy dwieście siedem stron. Jest to bardzo obszerna praca w kategorii prac z obszaru nauk technicznych. Zawartość pracy w pełni odpowiada jej tytułowi. Praca napisana jest w języku angielskim i składa się z dziewięciu merytorycznych rozdziałów (w tym wstępu i wniosków) oraz bibliografii. Pracę opatrzono streszczeniem w języku polskim oraz angielskim. Zamieszczono również zestawienie skrótów oraz spis oznaczeń. Ponadto w pracy znaleźć można listę rysunków oraz tabel, które nie figurują w spisie treści.

Bibliografia jest bardzo obszerna i zawiera dwieście dziewiętnaście pozycji. W większości są to aktualne artykuły naukowe w renomowanych czasopismach. Niestety tylko jedna spośród tak wielu wymienionych pozycji jest współautorstwa Doktoranta. W rozdziałach pracy pojawiają się odwołania do innych publikacji Autora rozprawy, które jednak nie są wymienione w bibliografii.

Podział pracy na rozdziały oraz ich objętość są prawidłowe z punktu widzenia realizacji jej celu. Autor niniejszej recenzji nie czuje się uprawniony do oceny poprawności języka angielskiego, w którym napisano rozprawę, jednak w ocenie recenzenta jest to język zrozumiały dla czytelnika a sama narracja jest logiczna i klarowna. Pierwsze trzy rozdziały zawierają teoretyczny opis zagadnień rozważanych w pracy oraz stosowanych metod ich rozwiązywania. Tutaj również zamieszczono w zdecydowanej większości omówienie aktualnego stanu wiedzy. Kolejne rozdziały zawierają rozwiązania rozważanych problemów z wykorzystaniem wymienionych wcześniej metod.

3. Zwartość pracy, ocena merytoryczna oraz mocne strony pracy

Pierwszym rozdziałem pracy jest wstęp (liczący dziewięć stron), w którym w pierwszych pięciu podrozdziałach zamieszczono przegląd literatury, dotyczący metod numerycznych rozwiązywania zagadnień przepływu podłużnego, poprzecznego i perystaltycznego w pofalowanych przewodach oraz w osiowosymetrycznie pofalowanych kanałach. W rozdziale tym zamieszczono również cel pracy oraz omówiono jej zawartość. Głównym celem pracy jest zastosowanie wybranych metod bezsiatkowych do analizy przepływu płynu w przewodach pofalowanych. Postawiono przy tym tezę, że „zastosowanie metod bezsiatkowych w analizie przepływu płynu przez pofalowane przewody daje efektywne wyniki".

W rozdziale drugim (liczącym dwanaście stron) opisano matematyczne modele mechaniki płynów (równanie ciągłości, równanie pędu) dla płynu newtonowskiego oraz nienewtonowskiego. Omówiono warunki brzegowe. Rozdział ten zawiera też opis szczególnych przypadków przepływów: przepływ Couette'a, Poiseuille'a oraz Stokesa. Tego typu przepływy zostały szczegółowo omówione, gdyż są rozważane w dalszych rozdziałach.

Rozdział trzeci (liczący jedenaście stron) zawiera opis stosowanych w pracy bezsiatkowych metod rozwiązywania zagadnień mechaniki płynów. Są to: metoda funkcji Trefftza, metoda rozwiązań podstawowych oraz metoda promieniowych funkcji bazowych.

Rozdziały do czwartego do ósmego zawierają rozwiązania konkretnych problemów z zakresu mechaniki płynów. Co do struktury są bardzo podobne. W każdym z nich wykorzystano omówione wyżej metody rozwiązywania. W przypadku metody funkcji Trefftza oraz metody rozwiązań podstawowych współczynniki kombinacji liniowej wyznaczane są jedynie w oparciu o warunki brzegowe, gdyż rozwiązanie przybliżone spełnia liniowe równanie różniczkowe. Rozwiązanie przybliżone wyrażone

poprzez radialne funkcje bazowe nie ma tej własności. Dlatego wyznaczając współczynniki kombinacji liniowej Autor uwzględnia również błąd spełnienia równania. W odniesieniu do metody promieniowych funkcji bazowych wyznaczane są również błędy w zależności od parametru kształtu tych funkcji. W omawianych rozdziałach rozważano zarówno płyny newtonowskie, jak i nienewtonowskie. Efektywność poszczególnych metod sprawdzana jest poprzez wyznaczenie błędu spełnienia warunków brzegowych oraz w niektórych przypadkach błędu spełniania równań. W każdym przypadku wyznaczana jest liczba uwarunkowania macierzy. Ponadto pokazano rozwiązania problemów nieliniowych z wykorzystaniem metody iteracji Picarda. Każdy z tych rozdziałów zakończony jest wnioskami.

Treścią rozdziału czwartego (liczącego trzydzieści stron) są rozwiązania problemu przepływu przez rurę wewnętrznie pofalowaną. W pierwszym podrozdziale zamieszczono opis geometrii rury. Następnie rozwiązano problem przepływu Poiseuille'a wykorzystując przy tym współrzędne bezwymiarowe, dzięki którym uzyskuje się prostszą postać równania. Poza wykresami błędu spełnienia warunków brzegowych oraz liczby uwarunkowania macierzy przedstawiono zależność średniej prędkości oraz iloczynu współczynnika strat tarcia i liczby Reynoldsa od bezwymiarowej amplitudy zafalowania. W odniesieniu do tej samej geometrii rozważono nieliniowe zagadnienie przepływu płynu nienewtonowskiego. Problem podłużnego przepływu pomiędzy pofalowanymi płytami przedstawiono w rozdziale piątym (liczącym czterdzieści siedem stron). Rozwiązano problemy przepływu Coutte'a oraz Poiseuille'a. Również w tym rozdziale przedstawiono zależność średniej prędkości i iloczynu współczynnika strat tarcia i liczby Reynoldsa od bezwymiarowej amplitudy zafalowania oraz linie stałej prędkości w trzech przypadkach przesunięć pomiędzy górną a dolną ścianką. Również ten rozdział zawiera rozwiązanie zagadnienia nieliniowego. W rozdziale szóstym (liczącym dwadzieścia jeden stron) zamieszczono rozwiązanie problemu przepływu poprzecznego pomiędzy pofalowanymi płytami. Poza wykresami błędów spełnienia warunków brzegowych oraz liczby uwarunkowania macierzy Autor określa i wyznacza błędy spełnienia poszczególnych równań różniczkowych przez rozwiązanie przybliżone. Rozdział siódmy (liczący siedemnaście stron) zawiera rozwiązanie problemu przepływu perystaltycznego. W rozdziale ósmym zamieszczono rozwiązanie problemu przepływu przez rurę pofalowaną osiowosymetryczną. Wykorzystano przy tym Stokeslety jako rozwiązania podstawowe. Rozdział dziewiąty (liczący dwie strony) zawiera wnioski oraz omówienie dalszych kierunków badań.

Treść pracy ściśle koresponduje z jej tematem oraz postawionym celem, którym było zastosowanie wybranych metod bezsiatkowych do analizy przepływu płynu w przewodach pofalowanych.

Najważniejsze atuty pracy wymieniono niżej.

- Podjęcie przez Doktoranta trudnego tematu przepływów (w tym nieliniowych) płynów w przewodach pofalowanych.
- Zastosowanie metod bezsiatkowych do rozwiązywania zagadnień mechaniki płynów dla przewodów pofalowanych. Rozwiązania tego typu problemów, mimo że ważne z praktycznego punktu widzenia, pojawiają się w artykułach naukowych bardzo rzadko.
- Zamieszczone w pracy wyniki obliczeń wskazują na bardzo duży wkład pracy Doktoranta, który konsekwentnie i systematycznie stosuje omówione metody do rozwiązywania kolejnych problemów.
- Porównanie błędów uzyskiwanych różnymi metodami.
- Uwzględnienie w rozważaniach zagadnień nieliniowych.

- Bardzo duża liczba wykorzystywanych źródeł bibliograficznych oraz obszerny przegląd literatury, zamieszczony w przeważającej części w pierwszych trzech rozdziałach. Taki układ omówienia aktualnego stanu wiedzy pozwala łatwiej odnosić się do opublikowanych prac na temat aktualnie omawianego problemu.

W trakcie realizacji pracy konieczne było wykorzystanie wiedzy z zakresu mechaniki płynów oraz aktualnie stosowanych metod numerycznych. Dodatkowo, realizacja obliczeń wymagała znajomości numerycznych programów komputerowych. Opanowanie tych obszarów świadczy o posiadanym przez Doktoranta warsztacie naukowym. Autor wykazał, że metody bezsiatkowe mogą być wykorzystywane do rozwiązywania zagadnień mechaniki płynów, zarówno liniowych, jak i nieliniowych. Uzyskane błędy dla obszarów o nieelementarnej geometrii świadczą o skuteczności proponowanych metod. Należy podkreślić dużą aktualność problemów poruszanych w pracy i metod ich rozwiązywania oraz możliwość praktycznego wykorzystania wyników uzyskanych w pracy.

4. Uwagi krytyczne

Pomimo niewątpliwych zalet, w odniesieniu do recenzowanej pracy sformułować można uwagi krytyczne.

Niżej wymieniono zauważone niedoskonałości pracy, które **nie wpływają znacząco na jej ocenę i nie wymagają komentarza Autora**.

- Str.8. Raczej należy używać sformułowania spełnienie równania w „sposób ścisły" a nie „w sposób dokładny".
- Str. 21. Nie wskazano o którą pozycję Nishimura et al. 1986 chodzi (w bibliografii są dwie).
- Str. 21. Wskazana jest pozycja Sobey 1980 a w bibliografii jest jedynie Sobey 1989.
- Str. 21. Nie ma w bibliografii pozycji Nishimura et al. 1987.
- Tabela 1.1 powinna być umieszczona w rozdziale 1.3 a nie 1.4.
- Str. 23. Nie wskazano o które pozycje chodzi Akbar and Nadem 2012 oraz Nadeem and Akram 2010 (w bibliografii są po dwie).
- Tabela 4.1 powinna być w rozdziale 4.2.5 a nie 4.3.
- Rysunek 4.23 powinien być w rozdziale 4.2.5 na stronie 70 a nie w rozdziale 4.3.
- Rysunki 6.8 i 6.9 powinny być w rozdziale 6.2.1.
- W bibliografii w pozycjach Chang Y.C. oraz Nishimura T *at al.* brakuje roku wydania.
- W bibliografii w pozycjach autorstwa Nishimura T *at al.* (1986) brak oznaczeń a, b. Podobnie w pozycjach Vasudeaviach M, Balamurugan K. (2001).

Recenzent zauważył w pracy pewne niedoskonałości, które **wymagają komentarza Autora**. Wymieniono je niżej.

- Teza pracy brzmi: „zastosowanie metod bezsiatkowych w analizie przepływu płynu przez pofalowane przewody daje efektywne wyniki". Główna wątpliwość recenzenta dotyczy wspomnianej w tezie efektywności metod bezsiatkowych. W pracy badane są błędy spełnienia

warunków brzegowych oraz w niektórych przypadkach błędy spełnienia równań różniczkowych. Gdyby rozważyć proste równanie algebraiczne $x^{10}=0$, to dalekie od rozwiązania dokładnego rozwiązanie przybliżone x=0.5 daje błąd spełnienia równania na poziomie 0.001. Dlaczego zatem uzyskiwane wartości wyżej wymienionych błędów świadczą o efektywności prezentowanych metod?

- Poza jednym przypadkiem nie zamieszczono w pracy rozwiązań (np. w postaci wykresów). Nie porównano też otrzymanych rozwiązań, uzyskiwanych rozważanymi metodami.
- W algorytmach zamieszczonych w tabelach 4.2, 5.3, 6.2, 7.2 zamieszczono warunek $\|W^{[k]} - W^{[k-1]}\| < tol$. Osiągnięcie tego warunku warunkowane jest zmniejszaniem się normy w kolejnych krokach iteracji. Czy znane są warunki zbieżności procesu iteracyjnego Picarda?
- W rozdziale 4.2.2 przedstawione są funkcje Trefftza w kartezjańskim układzie współrzędnych, podczas gdy równanie w układzie cylindrycznym. Jaką postać funkcji wykorzystuje Autor i jak wykonywane jest różniczkowanie względem θ we wzorach (4.38) oraz (4.40). Podobnie, jak wykonywane jest różniczkowanie względem θ we wzorach (4.45), (4.47) (4.51), (4.52) itd.
- Brak precyzyjnego określenia normy we wzorach: (4.31), (4.41), (4.42), (4.55) itd.
- W tabeli 4.3 zamieszczono błąd δ_{GE} dla równania nieliniowego nie definiując go wcześniej. Należy się domyślać, że jest on określony analogicznie jak (4.55).
- W bibliografii jest tylko jedna publikacja Autora rozprawy a w treści pracy wymienionych jest więcej pozycji.
- W rozdziałach 4.2.3 i 5.2.2 badany jest wpływ *S* na błąd przy ustalonym *N* a następnie wpływ *N* na błąd przy wybranym *S*. Pokazanie wartości błędu w zależności od obu wielkości *S* i *N* jednocześnie (wykres 3D) dałoby pełniejszą informację.
- W przeglądzie literatury Autor nie wspomina (w odniesieniu do zagadnień nieliniowych) o mającej bogatą literaturę metodzie homotopii.
- Autor pominął w przeglądzie literatury jedną z ważniejszych monografii poświęconej funkcjom Trefftza: Ciałkowski M., Frąckowiak A., Funkcje cieplne i ich zastosowanie do rozwiązywania zagadnień przewodzenia ciepła i mechaniki, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2000.
- Str. 32. Zamiast odwołania do wzoru (2.36) powinno być (2.13).
- Str. 35. Zamiast odwołania do wzoru (2.58) powinno być (2.37).
- Str. 36. Zamiast odwołania do wzoru (2.69) powinno być (2.46).
- Str. 38. Brak numeru wzoru w pierwszym wierszu. Powinno być (2.58).
- Str. 137. Zamiast odwołania do wzorów (6.4)-(6.6) i (6.7)-(6.10) powinno być odwołanie do wzorów odpowiednio (6.12)-(6.14) i (6.15)-(6.18), na co wskazuje wykorzystanie wielkości bezwymiarowych.
- Str. 144. Zamiast odwołania do wzorów (6.47) i (6.48) powinno być odwołanie do wzorów odpowiednio (6.58) i (6.59). Podobnie zamiast wzorów (6.45), (6.46) i (6.49) powinny być wymienione wzory odpowiednio (6.58), (6.59) i (6.60).
- Str. 145. Zamiast odwołania do wzorów (6.45), (6.46) i (6.49) powinno być odwołanie do wzorów odpowiednio (6.58), (6.59) i (6.60). Podobnie zamiast wzorów (6.50)-(6.52) powinny być wymienione wzory (6.61)-(6.63).

Recenzent prosi również Autora pracy do ustosunkowania się do niżej wymienionych pytań, które nasuwają się podczas jej lektury.

- W rozdziałach 6, 7, 8 nie jest stosowana metoda Trefftza. Jaka jest możliwość zastosowania tej metody w odniesieniu do rozważanych zagadnień?
- Do rozwiązywania zagadnień nieliniowych autor stosuje metodę iteracji Picarda w połączeniu z metodą rozwiązań podstawowych. W każdym kroku iteracji Picarda rozważane jest zagadnienie liniowe, które można rozwiązać różnymi metodami. Czy autor rozważał zastosowanie innych metod rozwiązywania zagadnień liniowych (np. metoda Trefftza)?
- W metodzie iteracji Picarda Autor stosuje promieniowe funkcje bazowe dla uzyskania rozwiązania szczególnego problemu niejednorodnego. Czy autor rozważał zastosowanie innych metod otrzymywania rozwiązania szczególnego? Jakie przesłanki zadecydowały o wyborze promieniowych funkcji bazowych dla uzyskania rozwiązania szczególnego?
- Czy w rozważanych zagadnieniach odnotowano ograniczenia stosowanych metod bezsiatkowych ze względu na amplitudę zafalowania?
- We wnioskach zabrakło podkreślenia zalet stosowanych metod bezsiatkowych. Jakie korzyści płyną z zastosowania metod bezsiatkowych w porównaniu z tradycyjnymi metodami numerycznymi?

5. Podsumowanie oraz wniosek końcowy

Mimo pewnych niedoskonałości rozprawy należy stwierdzić, że analizowany temat badawczy jest aktualny a sama rozprawa oraz oryginalne rozwiązania problemów przyczyniają się do rozwoju nauki. Doktorant wykazał się umiejętnościami wymaganymi w trakcie samodzielnej pracy badawczej, dysponując przy tym niezbędną wiedzą teoretyczną.

W związku z powyższym uważam, że rozprawa doktorska mgra inż. Jakuba Krzysztofa Grabskiego pt. „Application of selected meshless methods for analysis of flows in wavy conduits" **spełnia wymagania ustawy o Stopniach i Tytule Naukowym i wnoszę o przyjęcie rozprawy oraz dopuszczenie jej Autora do publicznej obrony**.

Artur Maciąg