POZNAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY ACADEMIC JOURNALS
No 96 Electrical Engineering 2018

DOI 10.21008/j.1897-0737.2018.96.0001

Łukasz KNYPIŃSKI*, Krzysztof KOWALSKI*, Lech NOWAK*

ADAPTACJA METODY FUNKCJI KARY DO ALGORYTMU GENETYCZNEGO W PROCESIE PROJEKTOWANIA URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH

W artykule przedstawiono sposób adaptacji metody funkcji kary do algorytmu genetycznego. Rozwiązując zadanie optymalizacji przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego, wartość przystosowania musi być dodatnia i podlega maksymalizacji. W przypadku uwzględnienia ograniczeń z wykorzystaniem funkcji kary zewnętrznej, wartości kary mogą przekroczyć wartości pierwotnej funkcji celu. Do rozwiązania tego problemu wykorzystano transformację sigmoidalną. Opracowano oprogramowanie komputerowe w środowisku programistycznym Delphi. Poprawność algorytmu i oprogramowania testowano rozwiązując dwa zadania optymalizacji z ograniczeniami. Przeprowadzono optymalizację aktuatora elektromagnetycznego. Model matematyczny urządzenia zawiera równania pola elektromagnetycznego z uwzględnieniem nieliniowości materiałów ferromagnetycznych. Przedstawiono i omówiono wybrane wyniki obliczeń symulacyjnych.

SŁOWA KLUCZOWE: optymalizacja z ograniczeniami, metoda funkcji kary, transformacja sigmoidalna, algorytm genetyczny, aktuator elektromagnetyczny.

1. WPROWADZENIE

Algorytmy genetyczne zaliczane są do grupy niedeterministycznych metod optymalizacji [9]. W algorytmach genetycznych optymalizacja realizowana jest z wykorzystaniem mechanizmu ewolucji gatunków oraz doboru naturalnego. Podstawowym mechanizmem tej metody jest ciągłe przystosowywanie populacji do zmian otoczenia. Wewnątrz populacji, składającej się z osobników o zróżnicowanym przystosowaniu następuje ciągła rywalizacja. Podobnie jak w środowisku naturalnym, osobniki silniejsze, przetrwają operację reprodukcji i staną się rodzicami w krzyżowaniu [13]. Algorytmy genetyczne wykorzystują pojęcia związane z genetyką i ewolucją gatunków [1]. W przypadku rozwiązywania zadań optymalizacji populacja osobników jest zbiorem rozwiązań analizowanego zadania.

* Politechnika Poznańska

W artykule przedstawiono metodę adaptacji funkcji kary do algorytmu genetycznego. W przypadku uwzględnienia ograniczeń z wykorzystaniem funkcji kary zewnętrznej dla osobników znajdujących się daleko od obszaru dopuszczalnego w przestrzeni rozwiązywanego zadania wartość funkcji kary może przekroczyć wartość pierwotnej funkcji celu [2]. To oznacza, że wartość zmodyfikowanej funkcji celu jest ujemna, zaś w algorytmie genetycznym przystosowanie, to jest zmodyfikowana funkcja celu musi być wielkością dodatnią [12]. Do rozwiązania tego problemu wykorzystano transformację sigmoidalną.

2. SYNTEZA OBIEKTU TECHNICZNEGO. FORMUŁOWANIE ZADANIA OPTYMALIZACJI

Proces syntezy obiektu, nazywany również projektowaniem, polega na wyznaczeniu zbioru $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \ldots s_n]^T$ parametrów określających jego strukturę, które przy określonych wymuszeniach p_{jz} pozwalają uzyskać zadane wartości parametrów funkcjonalnych p_j, przy czym zwykle wymaga się by:

$$p_j \le p_{jz} \qquad \text{lub} \qquad p_j \ge p_{jz}, \qquad j = 1,2,3,..., m \tag{1}$$

Tak zdefiniowane zadanie projektowe może mieć wiele rozwiązań, oznacza to, że istnieje wiele wariantów obiektu różniących się parametrami struktury **s**, które spełniają wymagania określone zależnościami (1). Zaprojektowane warianty obiektu można porównywać między sobą i wybrać najbardziej korzystny pod względem wybranego kryterium, którym może być jeden z parametrów p_j lub kombinacja kilku spośród tych parametrów [3, 4]. Proces syntezy nazywany jest wówczas projektowaniem optymalnym lub krótko optymalizacją z ograniczeniami. W praktycznych przypadkach ograniczenia mają najczęściej charakter nierównościowy.

Zbiór wszystkich niezależnych zmiennych decyzyjnych s_i, które w procesie projektowania są przedmiotem decyzji projektanta nazywamy zmiennymi decyzyjnymi. Zmienne te w sposób jednoznaczny określają rozpatrywaną strukturę.

Zmienne decyzyjne bardzo często mają różniące się wartości, a nawet mogą być wyrażone w różnych jednostkach. Dlatego w numerycznej implementacji ich wartości powinny być unormowane, tzn. powinny być bezwymiarowe i mieć porównywalne wartości. Przyjęto znormalizowane zmienne decyzyjne w postaci:

$$x_i = \frac{\left(s_i - s_{i\min}\right)}{\left(s_{i\max} - s_{i\min}\right)}, \qquad i = 1,2,3,...,n \tag{2}$$

przy czym $s_{i\min}$, $s_{i\max}$ – przewidywane wartości dolnych i górnych granic przedziałów zmienności parametrów s_i. Jeżeli $s_i \in \left(s_{\min}, s_{\max}\right)$ to $x_i \in \left(0,1\right)$.

Kryterium optymalności jest w procesie optymalizacji nazywane funkcją celu. Wartość funkcji celu zależy od przyjętego wektora zmiennych decyzyjnych $\mathbf{x}=[x_1, x_2,\ldots,x_n]^T$. Funkcja celu $f(\mathbf{x})$ jest normowana następująco:

$$f(x) = k(x)/k_0 \tag{3}$$

przy czym: $k(\mathbf{x})$ – wartość kryterium optymalności, k_0 – średnie przystosowanie osobników w procesie losowej inicjacji pokolenia startowego [5].

Ograniczenia nierównościowe (1) najczęściej są uwzględnione w procesie optymalizacji w następującej unormowanej postaci [6]:

$$g_j(\mathbf{x}) = \xi_j\left(\frac{p_j(\mathbf{x})}{p_{jz}} - 1\right) \le 0\ ; \quad j = 1, 2, 3, ..., m \tag{4}$$

przy czym współczynnik ξ_j przyjmuje wartość +1 lub -1, w zależności od tego czy wymaga się by $p_j \le p_{jz}$, czy też by $p_j \ge p_{jz}$.

Zadanie optymalizacji z ograniczeniami nierównościowymi polega na wyznaczeniu takiego wektora $\hat{\mathbf{x}}$, że:

$$\underset{x\in D}{\wedge} f(\mathbf{x}) > f(\hat{\mathbf{x}}), \quad \hat{\mathbf{x}} \in D \tag{5}$$

przy czym $D = \left\{\mathbf{x} : g_j(\mathbf{x}) \le 0, j = 1, 2, ..., m\right\}$ jest zbiorem rozwiązań dopuszczalnych.

Oczywiście, te spośród parametrów funkcjonalnych p_j, które są uwzględnione w kryterium optymalności (funkcji celu) muszą być wyłączone ze zbioru ograniczeń D.

3. KOMPROMISOWE FUNKCJE CELU

Bardzo często w procesie optymalnego projektowania mamy do czynienia z koniecznością uwzględnienia kilku parametrów funkcjonalnych, które należy uwzględnić przy tworzeniu kryterium optymalności. Zmiany wartości zmiennych decyzyjnych x_i mogą wpływać korzystnie na wszystkie kryteria, jednak w praktyce zmiany te bardzo często prowadzą do przeciwstawnych tendencji, to jest do poprawy pewnej grupy parametrów kryterialnych, przy jednoczesnym pogorszeniu innych kryteriów. Mówimy wówczas, że rozpatrywane kryteria są sprzeczne i trzeba szukać „kompromisu". Zagadnienia te są przedmiotem tzw. optymalizacji wielokryterialnej.

W zagadnieniach optymalizacji wielokryterialnej nie można wskazać jednoznacznie optymalnego wektora $\mathbf{x}$. Rozwiązanie zadania optymalizacji wykreślane jest w postaci frontu Pareto (zbioru kompromisów), to zbiór punktów równie dobrych pod względem analizowanych kryteriów oceny [7]. Gdyby przeprowadzić optymalizację kolejno względem każdego z przyjętych kryteriów rozwiązania optymalne będą różniły się między sobą. Te rozwiązania stanowią wierzchołki

zbioru kompromisów – wierzchołki zbioru Pareto. Osiągnięcie optimum względem wszystkich kryteriów $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}),\ldots, f_m(\mathbf{x})$ nie jest możliwe. Zbiór wierzchołów zbioru kompromisów jest nazywany punktem utopijnym [8].

Podstawowym zadaniem optymalizacji wielokryterialnej jest znalezienie zbioru kompromisów (frontu Pareto). Dalsze działania wymagają interwencji projektanta (jego wiedzy, doświadczenia, intuicji) zmierzającej do wyboru wariantu kompromisowo-optymalnego. Teoria optymalizacji wielokryterialnej proponuje strategie wspomagające podjęcie decyzji, np. algorytm wagowy lub algorytm min-max. Strategie te zazwyczaj prowadzą do skonstruowania kompromisowej funkcji celu i przeprowadzenia optymalizacji jednokryterialnej. W strategii wagowej należy najpierw przekształcić kryteria cząstkowe f_k tak, aby wszystkie były maksymalizowane lub minimalizowane. Następnie, wykorzystując kryteria cząstkowe, formułowana jest addytywna lub multiplikatywna funkcja kompromisowa:

$$f(\mathbf{x}) = \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x}) + \ldots + \lambda_m f_m(\mathbf{x}) \text{ lub } f(\mathbf{x}) = f_1^{q_q}(\mathbf{x}) f_2^{q_2}(\mathbf{x}) f_m^{q_m}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

przy czym: $\lambda_1, \lambda_2,\ldots, \lambda_m$ oraz $q_1, q_2,\ldots, q_m$ – wagi z jakimi uwzględniane są poszczególne kryteria cząstkowe.

Jednak często na etapie wstępnej optymalizacji urządzeń (szczególnie urządzeń o innowacyjnych rozwiązaniach konstrukcyjnych**),** której celem jest rozpoznanie relacji pomiędzy parametrami opisującymi strukturę obwodów elektromagnetycznych, a uzyskiwanymi parametrami funkcjonalnymi, dopuszczalne wartości tych parametrów nie są jednoznacznie określone. W takim przypadku wygodniejsze jest dołączenie tych dodatkowych parametrów, z odpowiednią wagą, do kompromisowej funkcji celu w postaciach (6).

Natomiast w procesie projektowania urządzenia przeznaczonego do określonego zadania, charakteryzującego się określonymi właściwościami, funkcją celu może być jeden z parametrów (kombinacja kilku parametrów), zaś pozostałe parametry tworzą zbiór ograniczeń nierównościowych. W takim przypadku z powodzeniem można stosować proponowaną metodę funkcji kary przystosowaną do algorytmu genetycznego.

4. PRZYSTOSOWANIE METODY FUNKCJI KARY DO ALGORYTMU GENETYCZNEGO

Metody funkcji kary są stosowane do rozwiązywania zadań optymalizacji z ograniczeniami z wykorzystaniem metod deterministycznych. Konstruowana jest zmodyfikowana funkcja celu $h(\mathbf{x})$ będąca sumą pierwotnej funkcji celu $f(\mathbf{x})$ i składnika reprezentującego karę $Z(\mathbf{x})$ za „wyjście" z obszaru dopuszczalnego, to jest za niespełnienie któregokolwiek z przyjętych ograniczeń nierównościowych. W miarę postępu procesu optymalizacji narasta waga z jaką uwzględniana jest kara. Zatem zadanie optymalizacji pierwotnej funkcji celu z ograniczeniami nie-

równościowymi jest zastępowane ciągiem zadań optymalizacji „bez ograniczeń" (bezwarunkowej) funkcji zmodyfikowanej – przy narastającej wadze z jaką uwzględniana jest kara.

Jeżeli w procesie optymalizacji narzucanych jest j ograniczeń, $j = 1, 2,\ldots, m$ to zależność opisującą karę w k-tej iteracji wyrażamy w postaci:

$$Z_k(\mathbf{x}) = r_k \sum_{j=1}^{m} \lambda_j g_j(\mathbf{x}) \tag{7}$$

w której λ_j – współczynniki wagowe dotyczące poszczególnych ograniczeń, $r_k = a^k$ – wzrastający w kolejnych iteracjach współczynnik wagi, przy czym a jest liczbą rzeczywistą większą od 1.

Zmodyfikowana, maksymalizowana funkcja celu (z uwzględnieniem kary) przyjmuje postać:

$$h_k(\mathbf{x}) = f_k(\mathbf{x}) - \zeta Z_k(\mathbf{x}) \tag{8}$$

przy czym: $\zeta = \begin{cases} 1 \text{ dla } g_j(\mathbf{x}) > 1 \\ 0 \text{ dla } g_j(\mathbf{x}) \le 0 \end{cases}$

W artykule wykazano (rozdz. 6), że w przypadku gdy wymaga się by $p_j \ge p_{jz}$, to normowanie ograniczenia w postaci (4) może prowadzić do wadliwego działania algorytmu. Jeżeli bowiem parametr p_j jest nawet o kilka rzędów mniejszy od wymaganej wartości p_{jz}, to ograniczenie, a więc człon reprezentujący karę nigdy nie przekroczy jedności. Jeżeli zatem wartość pierwotnej funkcji celu $f(\mathbf{x})$ znacznie przewyższa karę, to jest ona ignorowana i algorytm znajduje maksimum bezwarunkowe, to jest maksimum bez ograniczeń funkcji $f(\mathbf{x})$ – rozdz. 6.

Dlatego w celu rozwiązania tego problemu zaproponowano transformację ograniczenia $p_j \ge p_{jz}$ do postaci $1/p_{jz} \le 1/p_j$ wtedy formuła (4) może być zapisana w postaci:

$$g_j(\mathbf{x}) = \left(\frac{p_j(\mathbf{x}) - p_{jz}}{p_j(\mathbf{x})} \right) \le 0\,; \qquad j = 1, 2, 3, ..., m \tag{9}$$

w której w mianowniku występuje parametr bieżący $p_j(\mathbf{x})$ zamiast wartości wymaganej p_{jz}. Kara za znaczące odstępstwo od wymagań może przy takim sposobie konstruowania ograniczenia osiągać dowolnie duże wartości.

W algorytmie genetycznym z procedurą ruletki w operatorze reprodukcji, przystosowanie musi być dodatnie. W k-tej iteracji głównej przystosowanie jest reprezentowane przez zmodyfikowaną funkcję $h_k(\mathbf{x})$. W przypadku uwzględnienia ograniczeń z wykorzystaniem funkcji kary dla osobników znajdujących się daleko od obszaru dopuszczalnego w przestrzeni rozpatrywanego zadania, wartości kary $Z_k(\mathbf{x})$ mogą przekroczyć wartość pierwotnej funkcji celu $f_k(\mathbf{x})$. Bezpośrednie zastosowanie funkcji kary do algorytmu genetycznego może prowadzić do błędów w działaniu programu. Cały proces generowania kolejnych pokoleń

i żmudnego poprawiania stopnia przystosowania osobników w pokoleniu musi być po każdej zmianie kary, to jest po zmianie warunków zewnętrznych powtarzany od nowa.

Autorzy zaproponowali modyfikację metody funkcji kary zewnętrznej w taki sposób by funkcja zmodyfikowana reprezentująca przystosowanie w algorytmie genetycznym miała zawsze wartość dodatnią.

Karę zewnętrzną $Z_k(\mathbf{x})$ w proponowanym algorytmie wyraża się w jednostkach względnych, to jest odnosząc ją do pierwotnej funkcji celu $f_k(\mathbf{x})$:

$$z_k\left(\mathbf{x}\right) = Z_k\left(\mathbf{x}\right) / f_k\left(\mathbf{x}\right) \tag{10}$$

Wtedy $h_k\left(\mathbf{x}\right) = f\left(\mathbf{x}\right)\left(1 - z_k\left(\mathbf{x}\right)\right)$. Jeżeli osobnik znajduję się w obszarze dopuszczalnym to $z_k(\mathbf{x}) = 0$, zatem $h_k(\mathbf{x}) = f_k(\mathbf{x})$. Natomiast, gdy $\mathbf{x} \notin D$ to wyrażenie w nawiasie jest mniejsze od 1, ale musi być dodatnie. To oznacza, że unormowana kara $z_k(\mathbf{x})$ musi być mniejsza od 1. Dlatego zaproponowano transformację kary za pomocą funkcji „sigmoidalnej" w postaci: $s\left(z_k\right) = 1 - e^{-z_k \beta t}$. Funkcja zmodyfikowana ma wówczas postać:

$$h_k\left(\mathbf{x}\right) = f_k\left(\mathbf{x}\right)\left[1 - \left(1 - e^{-z_k(\mathbf{x})}\right)\right] = f_k\left(\mathbf{x}\right) e^{-z_k(\mathbf{x})} = \kappa\left(\mathbf{x}\right) f_k\left(\mathbf{x}\right) \tag{11}$$

Bezwymiarowy współczynnik $\kappa(\mathbf{x})$ reprezentuje karę za niespełnienie ograniczeń; zmniejsza pierwotną maksymalizowaną funkcję celu $f_k(\mathbf{x})$. Gdy kara $z_k(\mathbf{x})$ dąży do zera (to znaczy, że obiekt spełnia wszystkie ograniczenia), to współczynnik $\kappa(\mathbf{x})$ rośnie do jedności. Zaproponowana transformacja upodobnia algorytm z karą do algorytmu z kompromisową funkcją celu.

5. TESTY POPRAWNOŚCI ALGORYTMU

Na podstawie przedstawionego algorytmu opracowano oprogramowanie do optymalizacji urządzeń elektromagnetycznych z wykorzystaniem algorytmu genetycznego. Poprawność oprogramowania testowano rozwiązując dwa zadania optymalizacji z ograniczeniami.

W pierwszym przypadku poszukiwano maksimum funkcji unimodalnej (z jednym ekstremum):

$$f_1\left(x_1, x_2\right) = 3 - \left(x_1 - 2\right)^2 + \left(x_2 - 3\right)^2 \tag{12}$$

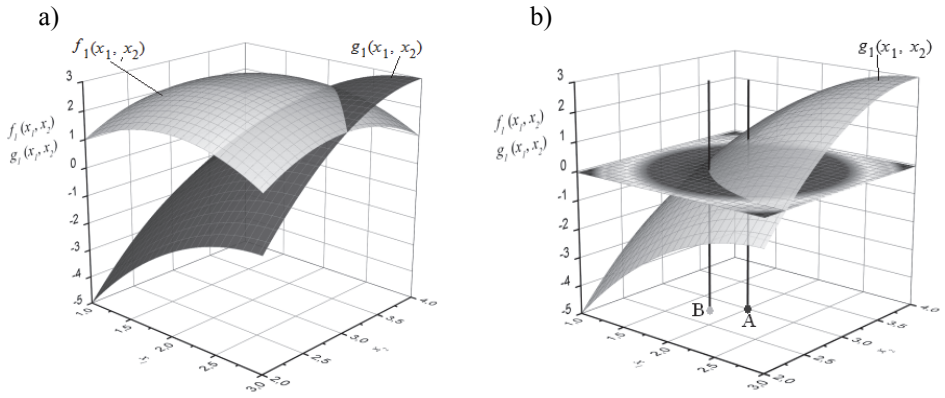
przy uwzględnieniu ograniczenia nierównościowego:

$$g_1\left(x_1, x_2\right) = 3 - \left(x_1 - 3\right)^2 + \left(x_2 - 4\right)^2 \le 0 \tag{13}$$

przy czym $1 \le x_1 \le 3$, $2 \le x_2 \le 4$.

Wykresy funkcji $f_1\left(x_1, x_2\right)$ i ograniczenia $g_1\left(x_1, x_2\right)$ dla rozpatrywanych przedziałów zmienności zmiennych decyzyjnych przedstawiono na rysunku 1a.

Rysunek 1b przedstawia wizualizację punktu maksimum globalnego (punkt A) dla funkcji $f_1(x_1, x_2)$ oraz maksimum warunkowego (punkt B). Maksimum globalne znajduje się w punkcie o współrzędnych (2, 3). Natomiast maksimum warunkowe znajduje się w punkcie (1,773, 2,772).



Rys. 1. a) Wizualizacja funkcji $f_1(x_1, x_2)$ oraz ograniczenia $g_1(x_1, x_2)$, b) Maksimum globalne i maksimum warunkowe

Obliczenia optymalizacyjne wykonano dla parametrów algorytmu genetycznego: liczba osobników w populacji $N = 200$ oraz wartość prawdopodobieństwa mutacji $p_m = 0{,}005$. Przyjęto wartość współczynnika kary $a = 1{,}2$. Ograniczenia unormowano według zależności (4). W tabeli 1 przedstawiono przebieg procesu optymalizacji dla wybranych pokoleń N_g algorytmu genetycznego. Rozpatrywano tylko najlepszego osobnika w każdym pokoleniu. W ostatniej kolumnie wyszczególniono średnią wartość zmodyfikowanej funkcji celu dla całego pokolenia.

Tabela 1. Przebieg procesu optymalizacji dla pierwszego zadania testowego.

N_g	x_1	x_2	$f_{1k}(x_1, x_2)$	$g_1(x_1, x_2)$	$\kappa_k(x_1, x_2)$	$h_{1k}(x_1, x_2)$	h_{av}
0	1,7078	2,7710	2,86222	–0,17997	1,0000	2,8622289	1,672687
1	1,8199	2,7038	2,87990	–0,07236	1,0000	2,8799047	2,494749
2	1,7344	2,7968	2,88823	–0,04904	1,0000	2,8882389	2,720168
5	1,7375	2,7969	2,889823	–0,04146	1,0000	2,8898231	2,842629
8	1,8428	2,7108	2,891662	–0,00109	1,0000	2,8916620	2,884313
10	1,8404	2,7130	2,892145	–0,00113	1,0000	2,8921445	2,866086
15	1,7740	2,7776	2,899489	0,00281	0,9987	2,8958398	2,880027
20	1,7750	2,7759	2,899177	0,00108	0,9995	2,8977723	2,882527
25	1,7745	2,7759	2,898920	–0,00032	1,0000	2,8989204	2,878764
30	1,7745	2,7760	2,898952	–0,00014	1,0000	2,8989524	2,866764
40	1,7745	2,7760	2,898979	0,00000	1,0000	2,8989786	2,854885

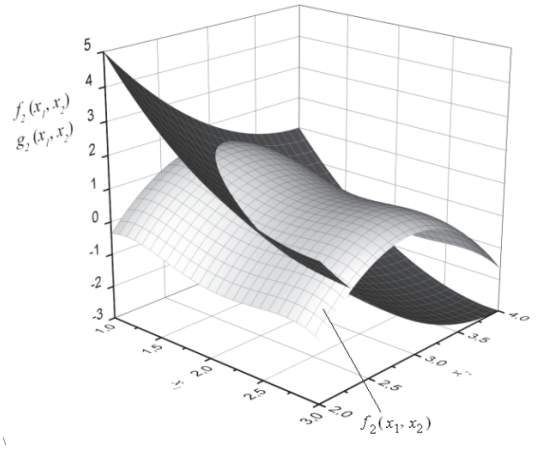
W drugim przypadku maksymalizowano funkcję multimodalną, posiadającą cztery ekstrema:

$$f_2(x_1,x_2) = 3 - [0,1x_1^2 + (x_1 - 1,2)^2 (x_1 - 2,8)^2] + [0,04x_2^2 + (x_2 - 2,3)^2 (x_2 - 3,7)^2] \quad (14)$$

przy uwzględnieniu ograniczenia:

$$g_2(x_1,x_2) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 - 3 \le 0 \quad (15)$$

Na rysunku 2 przedstawiono wizualizację funkcji $f_2(x_1, x_2)$ oraz ograniczenia $g_2(x_1, x_2)$ dla rozpatrywanych przedziałów zmienności zmiennych decyzyjnych.



Rys. 2. Funkcja $f_2(x_1, x_2)$ oraz ograniczenie $g_2(x_1, x_2)$ w przestrzeni zmiennych decyzyjnych

Przebieg procesu optymalizacji dla drugiego zadania testowego ilustruje tabela 2.

Tabela 2. Przebieg procesu optymalizacji funkcji dla drugiego zadania testowego.

N_g	x_1	x_2	$f_2(x_1, x_2)$	$g_2(x_1, x_2)$	$\kappa_k(x_1, x_2)$	$h_{2k}(x_1, x_2)$	h_{av}
0	1,35238	3,61827	2,233162	–0,139636	1,0000	2,2331629	1,455815048
1	1,32114	3,61855	2,258073	–0,035932	1,0000	2,2580735	1,826585058
2	1,31043	3,67483	2,259844	–0,039628	1,0000	2,2598444	1,976087034
3	1,29563	3,70998	2,260674	–0,011041	1,0000	2,2606749	2,098562439
5	1,31043	3,61855	2,265927	0,000139	0,9999	2,2657598	2,238481152
10	1,30653	3,64366	2,267207	–0,005166	1,0000	2,2672074	2,233471150
15	1,30263	3,65649	2,268422	–0,000923	1,0000	2,2684219	2,220258581
20	1,30263	3,65627	2,268452	–0,000770	1,0000	2,2684524	2,231627903
25	1,30238	3,65636	2,268607	–0,000008	1,0000	2,2686073	2,222795485
30	1,30238	3,65636	2,268608	–0,000003	1,0000	2,2686082	2,222928736
40	1,30238	3,65636	2,268609	–0,000001	1,0000	2,2686087	2.189212712

Na podstawie uzyskanych wyników możemy stwierdzić, że algorytm optymalizacji z wzrastającym współczynnikiem wagi r_k poprawnie wyznaczył maksima warunkowe w obu analizowanych przypadkach. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń symulacyjnych stwierdzono, że dla dużej liczby osobników w populacji algorytm wyznacza rozwiązanie bliskie optymalnemu po około 3-4 pokoleniach.

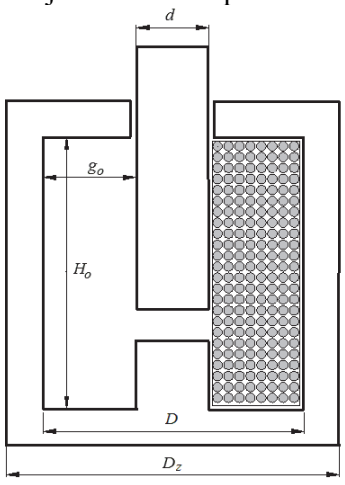
6. OPTYMALIZACJA ATUATORA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

Przeprowadzono optymalizację parametrów strukturalnych osiowosymetrycznego aktuatora elektromagnetycznego – rys. 3. Model matematyczny aktuatora zawiera równania pola magnetycznego z uwzględnieniem nieliniowości materiałów ferromagnetycznych. Do wyznaczania rozkładów pola magnetycznego zastosowano metodę elementów skończonych. Wartość siły magnetycznej działającej na nur elektromagnesu wyznaczono na podstawie tensora naprężeń Maxwella. Jako kryterium optymalności przyjęto masę aktuatora. W rozważaniach uwzględniono wyłącznie masę materiałów czynnych: masę miedzi uzwojenia oraz materiału ferromagnetycznego, z którego wykonany jest magnetowód. Funkcję celu dla *i*-tego osobnika przyjęto w postaci:

$$f^i(\mathbf{x}) = m_0 / m^i(\mathbf{x}) \tag{16}$$

w której: $m^i(\mathrm{x})$ – masa materiałów czynnych *i*-tego osobnika (wariantu urządzenia), m_0 – średnia masa populacji osobników po inicjacji.

Obliczenia cieplne są wykonywane z wykorzystaniem metody zastępczego schematu cieplnego. Na podstawie dopuszczalnego przyrostu temperatury uzwojenia, dla każdego wariantu urządzenia (to jest dla każdego "osobnika") wyznaczana jest wartość dopuszczalnej gęstości prądu w uzwojeniu aktuatora.



Rys. 3. Struktura obwodu magnetycznego

Strukturę aktuatora opisano przy pomocy trzech zmiennych decyzyjnych: $s_1=d$ – średnica nura, $s_2=d/D$ oraz $s_3=H_0/g_0$ – parametr określający stosunek wymiarów okna uzwojenia.

Zadanie optymalizacji polega na minimalizacji funkcji celu przy uwzględnieniu ograniczenia nierównościowego dotyczącego wymaganej siły $F(\mathbf{x}) \geq F_z$. Podczas obliczeń przyjęto, że przyrost temperatury jest równy ϑ_{dop}= 95°C.

Na podstawie wstępnej analizy przy wykorzystaniu modelu o parametrach skupionych oraz wytycznych do projektowania tego typu przetworników

oszacowano przedziały zmienności zmiennych decyzyjnych [10, 11]: $s_1 \in (1{,}5 \div 3{,}5)$, $s_2 \in (1{,}3 \div 2{,}3)$ oraz $s_3 \in (2{,}5 \div 7{,}5)$.

Obliczenia optymalizacyjne wykonano dla następujących parametrów algorytmu genetycznego: liczba osobników w populacji równa $N = 400$ osobników, prawdopodobieństwa mutacji $p_m = 0{,}005$ oraz współczynnika kary a=1,2. Jako kryterium zakończenia obliczeń przyjęto maksymalną wartość liczbę generacji równą 40. W pojedynczej iteracji kary wykonywane było 5 pokoleń algorytmu genetycznego. W procesie optymalizacji ograniczenia unormowano według zaproponowanej zależności (9). Przyjęto wartość zadanej siły $F_z \geq 50$ N.

W tabeli 3 przedstawiono przebieg procesu optymalizacji. Dla wybranych pokoleń porównano wartości: zmiennych decyzyjnych, bezwymiarowego współczynnika $\kappa_k(x)$, wartość zmodyfikowanej funkcji celu, siły działającej na nur oraz masy elektromagnesu dla najlepszego osobnika w pokoleniu.

Obliczenia optymalizacyjne powtórzono dwudziestokrotnie dla losowych populacji startowych na dwóch różnych komputerach. W wyniku procesu optymalizacji otrzymano podobne warianty projektowanego urządzenia. Uzyskiwane wartości funkcji celu są zbliżone, zaś wyznaczone wartości zmiennych decyzyjnych różnią się maksymalnie o 1 do 3%. Zaobserwowano, że zwiększanie liczby pokoleń algorytmu genetycznego nieznacznie poprawiało skuteczność algorytmu. W celu uzyskiwania powtarzalnych wyników należy zmodyfikować sposób naliczania kary w kolejnych iteracjach wynikających z narastającej kary. W celu poprawy skuteczności algorytmu należy powtarzać obliczenia przy zawężonym zaproponować obszarze poszukiwań w otoczeniu optimum globalnego.

Tabela 3. Przebieg procesu optymalizacji dla wybranych pokoleń.

N_g	x_1	x_2	x_3	$\kappa_k(\mathbf{x})$	$h_k(\mathbf{x})$	$F(\mathbf{x})$	$m(\mathbf{x})$
0	2,01715	2,14734	4,94694	1,0000	1,3336605	50,99451	0,749816
1	2,01736	2,14734	4,79072	0,9832	1,3453996	49,05474	0,730819
2	2,02287	2,14687	4,81768	0,9998	1,3517130	49,99158	0,739691
5	2,02287	2,14687	4,81768	0,9998	1,3516728	49,99159	0,739691
8	2,02287	2,14687	4,81768	0,9998	1,3516737	49,99167	0,739692
10	2,02665	2,14584	4,79072	0,9996	1,3518535	49,98555	0,739452
12	2,02589	2,14676	4,79072	0,9998	1,3519199	49,99229	0,739543
15	2,02679	2,14545	4,79374	0,9999	1,3520656	49,99862	0,739578
20	2,02679	2,14544	4,79387	1,0000	1,3520939	50,00025	0,739594
25	2,02678	2,14584	4,79072	0,9999	1,3521036	49,99991	0,739585
30	2,02678	2,14584	4,79072	0,9999	1,3521054	49,99996	0,739586
35	2,02679	2,14583	4,79072	1,0000	1,3521075	50,00005	0,739586
40	2,02679	2,14583	4,79069	1,0000	1,3521082	50,00002	0,739586

W tabeli 4 przedstawiono wynik procesu optymalizacji w przypadku normalizacji ograniczenia według niewłaściwej zasady opisanej zależnością (4).

Tabela 4. Wynik optymalizacji przy nieoprawnej normalizacji ograniczenia.

x_1	x_2	x_3	$\kappa_k(\mathbf{x})$	$h_k(\mathbf{x})$	$F(\mathbf{x})$	$m(\mathbf{x})$
1,50013	1,30037	2,50548	0,9968	11,789971	0,1616972	0,046674

Stosując normalizację ograniczenia $F(\mathbf{x}) \geq F_z$ według zależności (4) w wyniku procesu optymalizacji otrzymuje się obiekt o minimalnych wymiarach i bardzo małej masie. W konsekwencji uzyskiwana jest bardzo mała siła w optymalnym urządzeniu. Narzucone ograniczenie jest ignorowane w procesie optymalizacji.

7. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono uniwersalny algorytm oraz oprogramowanie do optymalizacji obiektów technicznych. Poprawność działania algorytmu testowano wykorzystując dwie funkcje analityczne. Dla każdej funkcji testowej rozważono funkcję ograniczenia. Uznano, że algorytm wyznaczył poprawnie maksima warunkowe w obu rozważanych przypadkach.

Wykonano optymalizację aktuatora elekromagnetycznego. Wykazano, że jeżeli narzucone jest ograniczenie $p_j \geq p_{jz}$ to niewłaściwe normowanie ograniczenia może prowadzić do niepoprawnego działania algorytmu. Jeżeli wartość pierwotnej funkcji celu znacznie przewyższa karę to jest ona ignorowana i w wyniku procesu optymalizacji znajdowane jest maksimum bez ograniczeń.

W dalszych pracach prowadzone będą badania nad automatyczną procedurą zawężania obszaru poszukiwań po wstępnym wyznaczeniu optimum globalnego.

LITERATURA

[1] Vasconcelos J. A., Ramirez J. A., Takahashi R. H. C., Saldanha R. R, Improvements in Genetic Algorithms, IEEE Transactions on Magnetics, vol 37, no. 5, pp. 1314 – 3417, 2001.

[2] Saha C., Das. S., Pal K., Mukherjee S., A fuzzy rule-based penalty function approach for constrained evolutionary optimization, IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 46, no. 12, pp. 2953 – 2965, 2016.

[3] Knypiński Ł., Nowak L., Demenko A, Optimization of the synchronous motor with hybrid permanent magnet excitation system, Compel, vol. 34, no. 2, pp. 448 – 455, 2015.

[4] Di Barba P., Mognaschi M. E., Venini P., Wiak S., Biogeography-inspired multiobjective optimization for helping MEMS synthesis, Archives of Electrical Engineering, vol. 66, no. 3, pp. 607 – 623, 2017.

[5] Łukaniszyn M., Kowol M., Kołodziej J., Modelowanie i optymalizacja silnika reluktancyjnego dwumodułowego, Przegląd Elektrotechniczny, Nr. 11, s. 100 –106, 2011.
[6] Knypiński Ł., Nowak L., Optimization of the permanent magnet brushless DC motor employing finite element method, Compel, vol. 32, no. 4, pp. 1189 – 1202, 2013.
[7] Khorram E., Khaledian K., Khaledyan M., A numerical method for constructing the pareto front of multi-objective optimization problems, Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 261, pp. 158 – 171, 2014.
[8] Nguyen Tan Dzung, Application of multi-objective optimization by the utopian point method to determining the technological mode of gac oil extraction, International Journal of Chemical Engineering and Applications, vol. 3, no. 1, pp. 18 – 24, 2012.
[9] Knypiński Ł., Nowak L., Radziuk K., Kowalski K., Application of non-deterministic algorithms in the electromagnetic devices optimal design, Computer Applications in Electrical Engineering, pp. 216 – 232, 2009.
[10] Yahui Nie, Yinfei Du, Zhuo Xu, Optimization design of electromagnetic actuator applied as fast tool servo, Actuators, vol. 25, no. 6, pp. 1 – 16, 2017.
[11] Elbaum J., Elektromagnesy przemysłowe, Wydawnictwo Nauowo-Techniczne, Warszawa 1964.
[12] Pencheva T, Atanassov K., Shannon A., Modelling of a roulette wheel selection in genetic algorithms using generalized nets, BIOautomation, vol. 13, no. 4, pp.257 – 264, 2009.
[13] Duy Dao S., Abhary K., Romero M., An improved genetic algorithm for multidimensional optimization of precedence-constrained production planning and scheduling, Journal of Industrial Engineering International, vol. 13, no 2, pp. 143–159, 2017.

ADAPTATION OF THE PENALTY FUNCTION METHOD TO GENETIC ALGORITHM IN THE PROCESS OF DESIGNING OF THE ELECTROMAGNETIC DEVICES

In the paper the method of adaptation of the penalty function method to the genetic algorithm is presented. During solving the optimization task using the genetic algorithm, the adaptation value must be positive. In case of application of external penalty function, the penalty term may exceed the value of the primary objective function. The sigmoidal transformation was used to solve this problem. The computer software has been developed in the Delphi environment. The correctness of the algorithm and software was tested by solving two optimization problems with nonlinear constraints. Optimization of the electromagnetic actuator has been performed. The mathematical model of the devices contains equations of the electromagnetic field taking into account the nonlinearity of ferromagnetic materials. The selected results of the optimization were presented and discussed.

(Received: 09.02.2018, revised: 08.03.2018)